الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي | دورة: 2018

الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يمثّل الجدول التّالي تطور النسبة المئوية لنتائج شهادة البكالوريا في ثانوية ما، من سنة 2011 إلى سنة 2017.

السنة	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7
النسبة المئوية $y_i\%$	44,78	49,79	51,36	56,07	58,84	62,45	75,01

1) مثل سحابة النقط $M_i\left(x_i;y_i\right)$ في معلم متعامد (نأخذ $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $1cm$ لكل 5% على محور التراتيب).

2) احسب $\left(\bar{X};\bar{Y}\right)$ إحداثيي G، النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i\left(x_i;y_i\right)$.

3) لتكن $y=ax+b$ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $\left(x_i;y_i\right)$.

بيّن أنّ $a=4,41$ (تدور النتيجة إلى 10^{-2})، ثمّ احسب قيمة b.

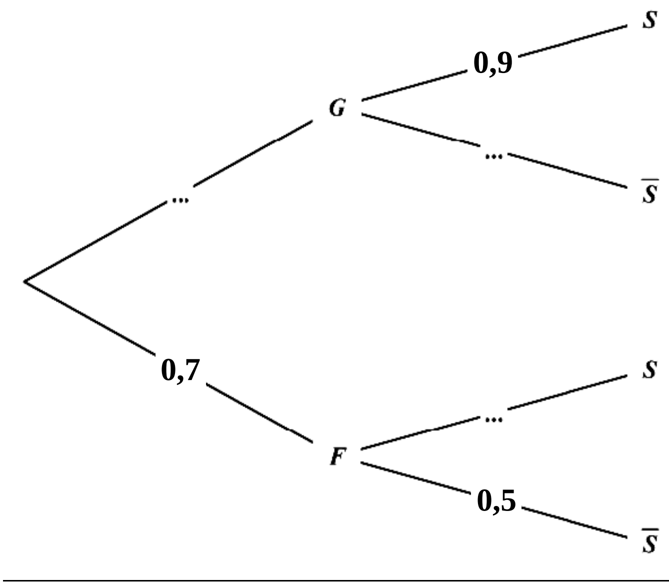
4) باستعمال التعديل الخطي السابق، ابتداء من أي سنة تتجاوز نسبة النجاح 80% ؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أُجريت دراسة إحصائية على قسم نهائي تسيير واقتصاد حول ممارسة التلاميذ لرياضة ما، فكانت النتائج كما يلي:

70% من التلاميذ إناث، منهنّ 50% لا يمارسن هذه الرياضة.

90% من التلاميذ الذكور يمارسون هذه الرياضة.



نختار عشوائيا تلميذا من هذا القسم ونعتبر الحوادث التالية:

G: التلميذ المختار ذكر.

F: التلميذ المختار أنثى.

S: التلميذ المختار يمارس هذه الرياضة.

1) انقل الشجرة المقابلة ثم أكملها.

2) احسب الاحتمالات الآتية:

$P(S)$ ، $P\left(G\cap\bar{S}\right)$ ، $P_{\bar{S}}(F)$ و $P_S(G)$.

3) هل الحادثتان G و $\bar{S}$ مستقلتان ؟ برّر إجابتك.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

I) لتكن المتتاليتان العدديتان (u_n) و (v_n) المعرفتان كما يلي :

$u_0 = 50$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 0,7u_n + 6$ و $v_n = u_n - 20$

1) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $0,7$ يطلب تعيين حدّها الأول v_0 ، وكتابة عبارة v_n بدلالة n .

2) أ. اكتب بدلالة n عبارة الحد العام u_n .

ب. عيّن اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

II) تملك جريدة يومية 5000 مشترك في سنة 2016. بعد كل سنة تفقد 30% من المشتركين وتكتسب 600 مشترك جديد.

نعتبر المئة هي الوحدة: ونرمز بـ u_n لعدد المشتركين في سنة $2016 + n$ أي $u_0 = 50$

1) ما هو عدد المشتركين في سنة 2017؟ ثم في سنة 2018 ؟

2) أ. برّر العبارة $u_{n+1} = 0,7u_n + 6$.

ب. ابتداء من أي سنة يصبح عدد المشتركين أقل من 2400 مشترك؟

التمرين الرابع: (08 نقاط)

لتكن f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-2\,;8[$ بـ : $f(x) = \ln(x+2) + \ln(-x+8) - \ln 16$.

وليكن (C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$.

نأخذ الوحدة البيانية : $2cm$.

1) احسب نهايتي الدالة f عند طرفي مجموعة التعريف $]-2;8[$ و فسّر النتيجتين بيانيا.

2) تحقّق أنّه من أجل كل x من $]-2;8[$: $f'(x) = \dfrac{-2x+6}{(x+2)(-x+8)}$. (f' مشتقة الدالة f) .

3) ادرس إشارة $f'(x)$ على المجال $]-2;8[$ وشكّل جدول تغيّرات الدالة f .

4) عيّن نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات.

5) بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]-2;8[$: $(6-x)$ ينتمي إلى $]-2;8[$ و $f(6-x) = f(x)$ ،

ثم فسّر النتيجة بيانيا.

6) ارسم المنحنى (C_f).

7) لتكن الدالة العددية F المعرّفة على المجال $]-2;8[$ بـ :

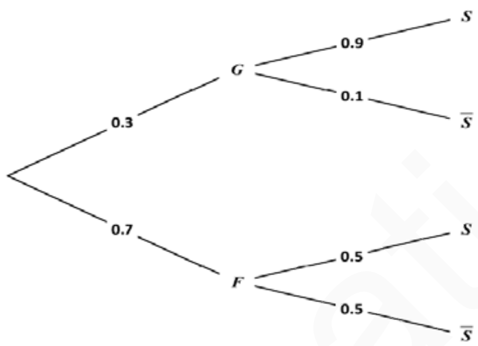
$F(x) = (x+2)\ln(x+2) + (x-8)\ln(-x+8) - 2x - x\ln 16$.

بيّن أنّ F دالة أصلية لـ f على المجال $]-2;8[$.

8) احسب بـ cm^2 مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها :

$y = 0$ ، $x = 0$ و $x = 4$.

انتهى الموضوع الأول

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول : (04 نقاط)		
1) تمثيل سحابة النقط $M(x_i;y_i)$	1.25	1.25
2) إحداثيي النقطة المتوسطة G : $(4;56.90)$	1.25	1.25
3) بيان أن: $a=4.41$	01	1.25
استنتاج قيمة b : $b=39.26$	0.25	0.25
4) السنة التي تتجاوز فيها نسبة النجاح 80% هي: 2020	0.25	
التمرين الثاني : (04 نقاط)		
1) إكمال الشجرة: .... 	0.5×3	1.5
2) حساب الاحتمالات: $P(s)=0.62$ ، $P(G\cap\overline{S})=0.03$	0.75×2	
$P_{\overline{S}}(F)=\frac{35}{38}\approx 0.92$	0.5	02.25
$P_S(G)=\frac{27}{62}\approx 0.44$	0.25	0.25
3) الحادثتان G و $\overline{S}$ غير مستقلتين لأن: $P(G\cap\overline{S})\neq P(G)\times P(\overline{S})$	0.25	
التمرين الثالث : (04 نقاط)		
$I)$		
1) إثبات أن (V_n) متتالية هندسية اساسها $q=0.7$	0.5	1.5
و حدها الأول $V_0=30$	0.5	
و عبارة حدها العام $V_n=30\times(0.7)^n$.	0.5	
2) أ- $U_n=30\times(0.7)^n+20$	0.25	0.75
ب- إتجاه تغير (U_n) : $U_{n+1}-U_n=-9\times(0.7)^n<0$ متناقصة تماما .	0.25	
و حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=20$	0.25	

الإجابة	العلامة مجزأة	المجموع
II) 1) عدد المشتركين في سنة 2017 هو 4100 لأن : $U_1 = 50 - 0.3\times 50 + 6 = 41$ و عدد المشتركين في سنة 2018 هو 3470 لأن $U_2 = 41 - 0.3\times 41 + 6 = 34.7$	0.5 0.5	01
2) أ- U_{n+1} هو عدد المشتركين في سنة $2016+(n+1)$ و U_n هو عدد المشتركين في سنة $2016+n$ فإن $U_{n+1} = U_n - 0.3\times U_n + 6 = 0.7\times U_n + 6$ ب - عدد المشتركين أقل من 2400 أي $U_n = 30\times(0.7)^n + 20 < 24$ أي $(0.7)^n < \dfrac{2}{15}$ أي $n > \dfrac{\ln\left(\frac{2}{15}\right)}{\ln(0.7)}$ إذن $n=6$ أي سنة 2022	0.5 0.25	0.75
التمرين الرابع: (08 نقاط) 1) $\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ >}} f(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x \to 8 \\ <}} f(x) = -\infty$. ـ المستقيمان اللذان معادلتاهما : $x=-2$ و $x=8$ على الترتيب هما مستقيمان مقاربان عموديان.	0.75×2 1	2.5
2) إثبات أنّ من أجل كل x من $]-2;8[$ ، $f'(x) = \dfrac{-2x+6}{(x+2)(-x+8)}$.	0.5×2	1
3) إشارة $f'(x)$: ـ جدول التغيّرات	0.5×2 0.75	1.75
4) $f(0)=0$ إذن $(C_f)\cap(y'y) = \{O(0;0)\}$. $f(x)=0$ معناه $x=0$ أو $x=6$ و منه $(C_f)\cap(x'x) = \{O(0;0);A(6;0)\}$.	0.75	0.75
5)) من أجل كل x من $]-2;8[$ فإنّ $(6-x)\in]-2;8[$ ، أي : $f(6-x) = \ln(6-x+2) + \ln(x-6+8) - \ln 16$ $f(6-x) = f(x)$ و منه المستقيم ذو المعادلة $x=3$ هو محور تناظر للمنحني (C_f).	0.25 0.25	0.5
6) إنشاء المنحني (C_f).	0.5	0.5

7) من أجل كل x من $]-2;8[$ ، $F'(x)=f(x)$. إذن F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $]-2;8[$.	0.5	0.5
8) $A=\int_0^4 f(x)dx \times \left(2\times 2cm^2\right)=\left[F(x)\right]_0^4\times\left(2\times 2cm^2\right)$ و منه $A=4\left[6\ln 6-2\ln 2-8\right]cm^2$	0.5	0.5